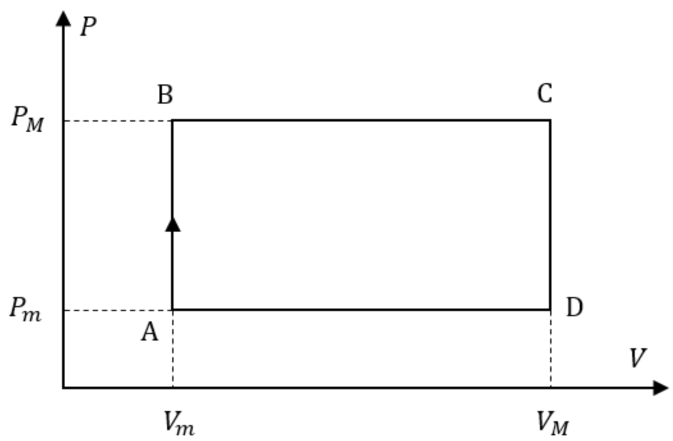
Correction TD - θ3

Exercices à maîtriser

Ex. n°1 • Étude d'un moteur ditherme ★☆☆ 8939

1)



2) Loi d'état des GP à chaque point :

$$\boxed{T_\mathrm{A} = \frac{P_m V_m}{nR} \qquad T_\mathrm{B} = \frac{P_M V_m}{nR} \qquad T_\mathrm{C} = \frac{P_M V_M}{nR} \qquad T_\mathrm{D} = \frac{P_m V_M}{nR}}$$

3) Pour une isochore :

$$W_{fp} = 0 \quad \text{et} \quad \Delta U = Q = C_V \Delta T$$

On en déduit :

$$\boxed{\begin{array}{ll} W_{fp,\mathrm{AB}} = 0 & Q_\mathrm{AB} = C_V\left(T_\mathrm{B} - T_\mathrm{A}\right) \\ W_{fp,\mathrm{CD}} = 0 & Q_\mathrm{CD} = C_V\left(T_\mathrm{D} - T_\mathrm{C}\right) \end{array}} \quad \text{avec :} \quad C_V = \frac{nR}{\gamma - 1}$$

Pour une isobare :

$$W_{fp} = -P\Delta V = -nR\Delta T \quad \text{et} \quad \Delta H = Q = C_P \Delta T$$

On en déduit :

$$\boxed{\begin{array}{ll} W_{fp,\mathrm{BC}} = -nR\left(T_\mathrm{C} - T_\mathrm{B}\right) & Q_\mathrm{BC} = C_P\left(T_\mathrm{C} - T_\mathrm{B}\right) \\ W_{fp,\mathrm{DA}} = -nR\left(T_\mathrm{A} - T_\mathrm{D}\right) & Q_\mathrm{DA} = C_P\left(T_\mathrm{A} - T_\mathrm{D}\right) \end{array}} \quad \text{avec :} \quad C_P = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1}$$

Ex. n°2 • Marteau pilon ★☆☆ 4589

On applique le premier principe au système marteau pilon (P) et l'objet (A) en tenant compte de l'énergie potentielle de pesanteur du marteau pilon, immobile au départ.

$$\underbrace{\Delta\mathcal{E}_{p,P}}_{=\,0 - m_P g h} + \underbrace{\Delta H_P}_{=\,0} + \underbrace{\Delta H_A}_{=\,\frac{C_m m_A}{M_\mathrm{Al}}\Delta T} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta T = \frac{m_P g h M_\mathrm{Al}}{C_m m_A} = 64\ \mathrm{K}}$$

Ex. n°3 • Chauffage d'un bâtiment ★☆☆ 1082

1) On applique le premier principe (version enthalpique, car transformation au contact de l'atmosphère donc monobare) infinitésimal sur le bâtiment. Attention, $\mathcal{P}_{th}$ est la puissance thermique perdue, donc $-\mathcal{P}_{th}$ est la puissance thermique reçue (celle qu'il faut mettre dans le premier principe).

$$dH \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Loi de Joule}}}{=} C\ dT \underset{\substack{\uparrow \\ \text{PP.}}}{=} -aC\left(T - T_0\right)dt$$

On en déduit :

$$\boxed{\frac{dT}{dt} + aT = aT_0}$$

2) La solution de l'équation différentielle est :

$$T(t) = T_0 + \left(T_1 - T_0\right)e^{-at} \quad \Rightarrow \quad \boxed{T_2 = 275{,}8\ \mathrm{K}}$$

3) On applique de nouveau le premier principe en ajoutant le chauffage.

$$dH \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Loi de Joule}}}{=} C\ dT \underset{\substack{\uparrow \\ \text{PP.}}}{=} -aC\left(T - T_0\right)dt + \mathcal{P}_0\ dt$$

On en déduit :

$$\frac{dT}{dt} + aT = aT_0 + \frac{\mathcal{P}_0}{C} = a\underbrace{\left[T_0 + \frac{\mathcal{P}_0}{aC}\right]}_{=\,T_\infty}$$

Ainsi,

$$\boxed{T_\infty = T_0 + \frac{\mathcal{P}_0}{aC} = 298\ \mathrm{K}}$$

4) La solution s'écrit :

$$T(t) = T_2 + (T_\infty - T_2)\, e^{-at}$$

On cherche la durée τ telle que :

$$T_1 = T_2 + (T_\infty - T_2)\, e^{-a\tau} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\tau = \frac{1}{a}\,\ln\!\left(\frac{T_\infty - T_2}{T_1 - T_2}\right) = 3230\ \mathrm{s} = 54\ \mathrm{min}}$$

Ex. n°4 • Expériences de calorimétrie ★⯪☆ 5813

1) Dans tout l'exercice, le système est {le calorimètre et tout ce qu'il contient}. On appliquera le premier principe version enthalpique car la transformation est monobare (en contact avec l'atmosphère).

Le premier principe donne :

$$\begin{aligned}
\Delta H_{\mathrm{syst}} = 0 &= \Delta H_{\mathrm{calo}} + \Delta H_{\mathrm{eau1}} + \Delta H_{\mathrm{eau2}} \\
&= \mu\, c_{\mathrm{eau}}\,(T_f - T_1) + m_1\, c_{\mathrm{eau}}\,(T_f - T_1) + m_2\, c_{\mathrm{eau}}\,(T_f - T_2) \\
&\Rightarrow \boxed{\mu = -\frac{m_1\,(T_f - T_1) + m_2\,(T_f - T_2)}{T_f - T_1} = 100\ \mathrm{g}}
\end{aligned}$$

2) Le premier principe donne :

$$\begin{aligned}
\Delta H_{\mathrm{syst}} = RI^2\tau &= \Delta H_{\mathrm{calo}} + \Delta H_{\mathrm{eau}} \\
&= \mu\, c_{\mathrm{eau}}\,(T_f - T_1) + m_1\, c_{\mathrm{eau}}\,(T_f - T_1) \\
&\Rightarrow \boxed{c_{\mathrm{eau}} = \frac{RI^2\tau}{(\mu + m_1)\,(T_f - T_1)} = 4{,}2 \times 10^3\ \mathrm{kJ \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}}}
\end{aligned}$$

3) Le premier principe donne :

$$\begin{aligned}
\Delta H_{\mathrm{syst}} = 0 &= \Delta H_{\mathrm{calo}} + \Delta H_{\mathrm{eau}} + \Delta H_{\mathrm{solide}} \\
&= \mu\, c_{\mathrm{eau}}\,(T_f - T_1) + m_1\, c_{\mathrm{eau}}\,(T_f - T_1) + m_2\, c\,(T_f - T_2) \\
&\Rightarrow \boxed{c = -\frac{(\mu + m_1)\,c_{\mathrm{eau}}\,(T_f - T_1)}{m_2\,(T_f - T_2)} = 0{,}39 \times 10^3\ \mathrm{kJ \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}}}
\end{aligned}$$

4) Le premier principe donne :

$$\begin{aligned}
\Delta H_{\mathrm{syst}} = 0 &= \Delta H_{\mathrm{calo}} + \Delta H_{\mathrm{eau}} + \Delta H_{\mathrm{glace}} \\
&= (\mu + m_1)\,c_{\mathrm{eau}}\,(T_f - T_1) + m_2\Big[\Delta_{\mathrm{fus}}h + c_{\mathrm{eau}}\,(T_f - T_{\mathrm{fus}})\Big]
\end{aligned}$$

On en déduit :

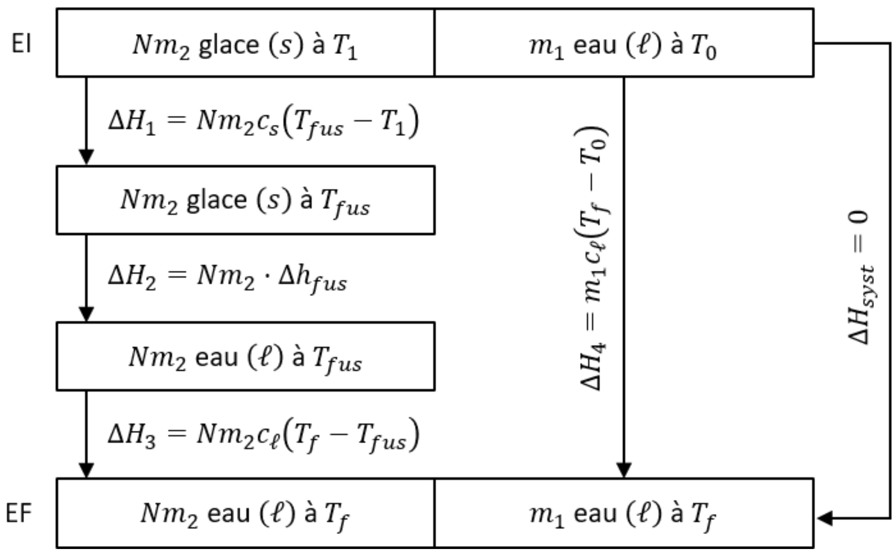
$$\boxed{\Delta_{\mathrm{fus}}h = -\frac{(\mu + m_1)\,c_{\mathrm{eau}}\,(T_f - T_1)}{m_2} - c_{\mathrm{eau}}\,(T_f - T_{\mathrm{fus}}) = 328\ \mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}}$$

Ex. n°5 • Préparation d'un thé glacé ★★☆ 1728

1) Dans l'état final, le système peut être :

- entièrement liquide si « peu » de glaçons ont été ajoutés, dans ce cas $T_f > 0$ est à déterminer ;
- entièrement solide si « beaucoup » de glaçons ont été ajoutés, dans ce cas $T_f < 0$ est à déterminer ;
- un mélange solide / liquide à la température $T_{\mathrm{fus}} = 0\ °\mathrm{C}$, dans ce cas : soit tous les glaçons n'ont pas fondu, soit toute l'eau n'a pas gelée.

2) On suppose que le système est entièrement liquide dans l'état final. On imagine une série de transformation (fictive) qui transforme le système de l'état initial dans l'état final.



Le système est macroscopiquement au repos, les parois du thermos sont calorifugées et la transformation est monobare. Le premier principe de la thermodynamique donne donc :

$$\Delta H_{\text{syst}} = 0$$

Par additivité de l'enthalpie :

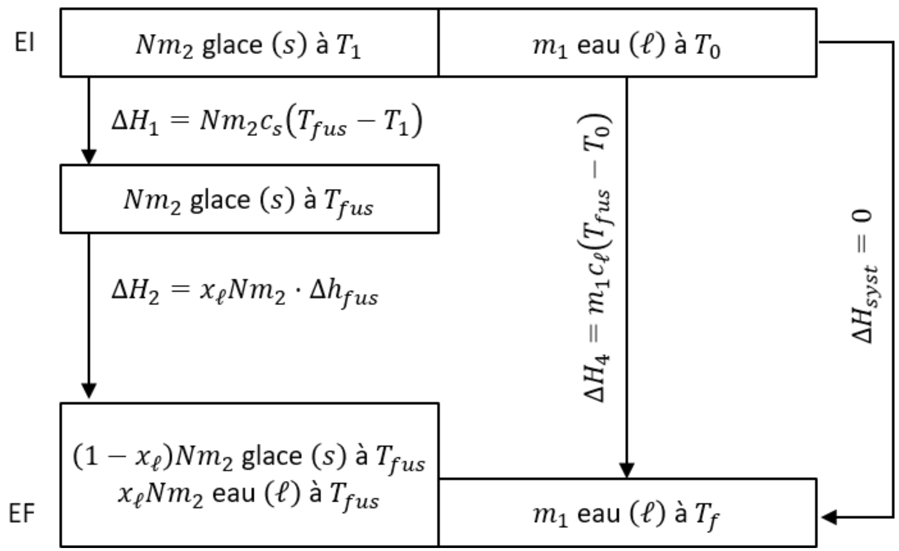
$$\Delta H_{\text{syst}} = 0 = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 + \Delta H_4$$

On peu isoler T_f et l'application numérique donne :

$$\boxed{T_f = \frac{-Nm_2c_s\left(T_{\text{fus}} - T_1\right) - Nm_2\Delta h_{\text{fus}} + Nm_2c_\ell T_{\text{fus}} + m_1c_\ell T_0}{Nm_2c_\ell + m_1c_\ell} = 13{,}4\ °\text{C}}$$

On trouve $T_f > 0$ donc l'hypothèse est vérifiée.

3) On peut déjà reprendre la formule précédente et on trouve $T_f = -1{,}1\ °\text{C} < 0$. L'hypothèse est donc fausse. Étant que la température obtenue est proche de $T_{\text{fus}} = 0\,°\text{C}$, on fait à présent l'hypothèse que l'état final est un mélange solide / liquide à T_{fus}, où tous les glaçons n'ont pas fondu.



On fait de même :

$$\boxed{x_\ell = \frac{-Nm_2c_s\left(T_{\text{fus}} - T_1\right) - m_1c_\ell\left(T_{\text{fus}} - T_0\right)}{Nm_2\Delta_{\text{fus}}h} = 92{,}8\ \%}$$

Cohérent avec l'hypothèse : 93 % de la masse des glaçons est passer sous forme liquide.

Pour aller plus loin

Ex. n°6 • Transpiration ★☆☆ 9994

1) On applique le premier principe à la peau du corps humain (capacité C_{peau}). On suppose qu'il s'agit d'un système fermé. La peau :

- reçoit de la chaleur ($Q_{\text{peau}} = \mathcal{P}_{\text{meta}}\Delta t$) venant du métabolisme humain ;
- fournie de la chaleur ($Q_{\text{transpi.}} = -m_{\text{eau}}\Delta_{\text{vap}}h$ la chaleur reçue) pour faire évaporer de l'eau ;
- et peut échanger de la chaleur avec l'atmosphère (on note Q_{atm} la chaleur reçue).

Ainsi,

$$\Delta H = C_{\text{peau}}\Delta T = \mathcal{P}_{\text{meta}}\Delta t - m_{\text{eau}}\Delta_{\text{vap}}h + Q_{atm}$$

L'énoncé nous demande m_{eau} sur une journée de sorte que :

$$0 = \mathcal{P}_{\text{meta}}\Delta t - m_{\text{eau}}\Delta_{\text{vap}}h \quad \Rightarrow \quad \boxed{m_{\text{eau}} = \frac{\mathcal{P}_{\text{meta}}\Delta t}{\Delta_{\text{vap}}h} = 2{,}7\ \text{kg}}$$

Grâce au métabolisme, le corps peut donc évaporer $\boxed{2{,}7\ \mathrm{L}}$ d'eau.

Le corps humain se maintient à température constante ($\Delta T = 0$). L'eau réellement évaporée vaut :

$$m_{\text{eau}} = \frac{\mathcal{P}_{\text{meta}}\Delta t + Q_{atm}}{\Delta_{\text{vap}} h}$$

Puisque $Q_{\text{atm}} < 0$ (le corps humain est en général plus chaud que l'atmosphère, il perd donc de la chaleur), on a bien $\boxed{m_{\text{eau}} < 2{,}7\ \mathrm{kg}}$.

Impossible d'être plus précis sans plus d'indication. La valeur de 0,5 L d'eau par jour annoncé est parfaitement cohérent avec le raisonnement.

2) Essuyer l'eau avec une serviette peut avoir deux effets :

- cela enlève une partie de l'eau présente sur la peau, cette eau ne participe donc plus au refroidissement de la peau par transpiration ;
- mais la serviette contribue également à étaler l'eau sur une plus grande surface de peau (l'eau n'est plus localisée au niveau des pores), ce qui augmente la rapidité des échanges thermiques.

Ex. n°7 • Température d'un conducteur ohmique ★★☆ 3029

1) Si $T_0 > T$, la chaleur circule de l'atmosphère vers le conducteur, donc $\mathcal{P}_{th} > 0$. On a donc nécessaire $\boxed{a > 0}$. Même raisonnement pour $T_0 < T$: cette fois la chaleur circule du conducteur vers l'atmosphère, donc $\mathcal{P}_{th} < 0$.

2) On applique le premier principe (version enthalpique, car transformation au contact de l'atmosphère donc monobare) infinitésimal au conducteur ohmique :

$$dH = C\ dT = RI^2\ dt + a\,(T_0 - T)\ dt \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{dT}{dt} + \frac{T}{C/a} = \frac{RI^2}{C} + \frac{aT_0}{C}}$$

3) En régime permanent :

$$\frac{T_\infty}{C/a} = \frac{RI^2}{C} + \frac{aT_0}{C} \quad \Rightarrow \quad \boxed{a = \frac{RI^2}{T_\infty - T_0} = 500\ \mathrm{mW\cdot K^{-1}}}$$

Ex. n°8 • Un café presque parfait ★★☆ 1643

1) On note $T_\infty = 50$ °C la température finale souhaitée du café, $T_0 = 20$ °C la température initiale du sucre et T_i la température initiale du café à déterminer.

On applique le premier principe (version enthalpique, car transformation au contact de l'atmosphère donc monobare) au système {eau + café}. Puisqu'il n'y a pas de travail utile, la variation d'enthalpie est nulle.

$$\Delta H_{\text{syst}} = 0 = \Delta H_{\text{cafe}} + \Delta H_{\text{sucre}} = C\,(T_\infty - T_i) + mc_s\,(T_\infty - T_0)$$

On en déduit la température initiale du café :

$$\boxed{T_i = T_\infty + \frac{mc_s}{C}\,(T_\infty - T_0) = 50{,}75\ ^\circ\mathrm{C}}$$

2) On note h la hauteur de chute. On applique le premier principe au sucre. Puisqu'il n'y a pas de travail utile, la variation d'énergie totale (enthalpie + énergie potentielle) est nulle.

$$\Delta H_{\text{sucre}} + \Delta E_{\text{sucre}} = 0 = mc_s\,(T_\infty - T_0) + mg\,(0 - h)$$

On en déduit la hauteur de chute :

$$\boxed{h = \frac{c_s}{g}\,(T_\infty - T_0) = 1530\ \mathrm{m}}$$

3) On note v_0 la vitesse du lancé. On applique le premier principe au sucre. Puisqu'il n'y a pas de travail utile, la variation d'énergie totale (enthalpie + énergie cinétique) est nulle.

$$\Delta H_{\text{sucre}} + \Delta E_{\text{sucre}} = 0 = mc_s\,(T_\infty - T_0) + \frac{1}{2}m\left(0 - v_0^2\right)$$

On en déduit la vitesse :

$$\boxed{v_0 = \sqrt{2c_s\,(T_\infty - T_0)} = 173\ \mathrm{m\cdot s^{-1}} = 623\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}}$$

4) Bien évidemment, seule la première méthode est réaliste.

Ex. n°9 • Plaque à induction ★★☆ 5670

Système : {casserole + eau}. On suppose que le système est fermé et que le temps de chauffe est suffisamment court pour que l'on puisse négliger les échanges thermiques avec l'air. On suppose que la température initiale de l'eau est de $T_0 = 20$ °C. On souhaite l'emmener à $T_{eb} = 100$ °C. Enfin, on néglige la capacité thermique de la casserole.

Le premier principe (version enthalpique) donne :

$$\Delta H_{\text{syst}} = mc_{\text{eau}}\,(T_{eb} - T_0) = \mathcal{P}\Delta t \quad \Rightarrow \quad \Delta t = mc_{\text{eau}}\frac{T_{eb} - T_0}{\mathcal{P}} = 146\ \mathrm{s}$$

L'ordre de grandeur est le bon : environ 2 min30 s.

Ex. n°10 • Expérience avec une bouilloire et une balance ★★☆ 2929

1) Durant la phase de chauffe, le premier principe donne :

$$dH = m_0 c_e dT = \frac{U^2}{R}\,dt \quad \Rightarrow \quad \boxed{T(t) = T_0 + \frac{U^2}{R m_0 c_e}\,t}$$

Durant la phase d'évaporation, le premier principe donne :

$$dH = -\ell_{\text{vap}} dm = \frac{U^2}{R}\,dt \quad \Rightarrow \quad \boxed{m(t) = -\frac{U^2}{R\ell_{\text{vap}}}\,t}$$

où on a posé $t = 0$ une nouvelle origine des temps correspondant au début de l'évaporation.

Le signe « $-$ » vient du fait qu'il faut mettre dans l'équation lamasse d'eau qui s'évapore (notée m_{vap}) :

$$m(t) = m_0 - m_{\text{vap}}(t) \quad \Rightarrow \quad dm = -dm_{\text{vap}} \quad \Rightarrow \quad dH = \ell_{\text{vap}} dm_{\text{vap}} = -\ell_{\text{vap}} dm$$

On retrouve donc bien deux droites affines.

2) On extrait ces paramètres des pentes des droites. On peut lire graphiquement :

$$\begin{cases} p_1 = \dfrac{U^2}{R m_0 c_e} = 0{,}29\ \text{K}\cdot\text{s}^{-1} \ \Rightarrow\ c_e = \dfrac{U^2}{R m_0 p_1} = 4{,}17\ \text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1} \\ p_2 = \dfrac{U^2}{R\ell_{\text{vap}}} = 0{,}54\ \text{g}\cdot\text{s}^{-1} \ \Rightarrow\ \ell_{\text{vap}} = \dfrac{U^2}{R p_2} = 2240\ \text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1} \end{cases}$$

Ex. n°11 • Eau glacée ★★½ 3357

1) Les transformations sont adiabatiques et monobares. On a donc : $\Delta H_{\text{syst}} = 0$ où le système est composé de l'enceinte (capacité nulle) de l'eau et des glaçons.

Premier cas : le système à l'équilibre est constitué de glace à 0 °C

Dans ce cas, il faut :

- chauffer les glaçons jusqu'à T_0 : $\Delta H = m_2 c_2 (T_0 - T_2)$
- refroidir l'eau jusqu'à T_0 : $\Delta H = m_1 c_1 (T_0 - T_1)$
- solidifier entièrement l'eau : $\Delta H = -m_1 \ell_{\text{fus}}$

Ainsi, le premier principe donne :

$$0 = m_2 c_2 (T_0 - T_2) + m_1 c_1 (T_0 - T_1) - m_1 \ell_{\text{fus}}$$

Donc :

$$\boxed{x_s = \frac{c_1 (T_1 - T_0) + \ell_{\text{fus}}}{c_2 (T_0 - T_2)} = 14{,}9}$$

Deuxième cas : le système à l'équilibre est constitué d'eau à 0 °C

Dans ce cas, il faut :

- refroidir l'eau jusqu'à T_0 : $\Delta H = m_1 c_1 (T_0 - T_1)$
- chauffer les glaçons jusqu'à T_0 : $\Delta H = m_2 c_2 (T_0 - T_2)$
- faire fondre entièrement les glaçons : $\Delta H = m_2 \ell_{\text{fus}}$

Ainsi, le premier principe donne :

$$0 = m_1 c_1 (T_0 - T_1) + m_2 c_2 (T_0 - T_2) + m_2 \ell_{\text{fus}}$$

Donc :

$$\boxed{x_\ell = \frac{c_1 (T_1 - T_0)}{c_2 (T_0 - T_2) + \ell_{\text{fus}}} = 0{,}197}$$

2) Pour $x \leq x_\ell$ on n'a que de l'eau liquide à $T > T_0$, pour $x \geq x_s$, que de la glace à $T < T_0$ et pour $x \in [x_\ell; x_s]$ on a un mélange eau liquide/glace à T_0 dont la composition est variable.

3) Prenons un glaçon de masse 10 g, on obtient :

$$m_{2,\ell} = x_\ell \cdot m_1 = 19{,}7\ \text{g} \quad \Rightarrow \quad N_\ell = 2 \text{ glaçons}$$
$$m_{2,s} = x_s \cdot m_1 = 1{,}49\ \text{kg} \quad \Rightarrow \quad N_s = 150 \text{ glaçons}$$

4) Avec $m_2 = 30$ g (ie. $x = 0{,}3$), on se trouve dans le domaine où une partie de la glace a fondu. La température d'équilibre est alors T_0. Notons α la fraction de la glace qui a fondu. Les variations d'enthalpie sont donc descriptibles comme :

- refroidir l'eau jusqu'à T_0 : $\Delta H = m_1 c_1 (T_0 - T_1)$
- chauffer les glaçons jusqu'à T_0 : $\Delta H = m_2 c_2 (T_0 - T_2)$
- faire fondre une fraction α des glaçons : $\Delta H = \alpha m_2 \ell_{\text{fus}}$

Ainsi, le premier principe donne :

$$0 = m_1 c_1 (T_0 - T_1) + m_2 c_2 (T_0 - T_2) + \alpha m_2 \ell_{\text{fus}}$$

Donc :

$$\boxed{\alpha = \frac{m_1 c_1 (T_1 - T_0)}{m_2 c_2 (T_0 - T_2) + m_2 \ell_{\text{fus}}} = 0{,}63}$$

On en déduit que 63 % de la masse des glaçons a fondu. Il reste donc environ 11,1 g de glace.

Ex. n°12 • Neige artificielle ★★★ 4296

1) Système : {Goutte}. Sa variation infinitésimale d'enthalpie vaut :

$$dH = c_\ell \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \rho \; dT$$

De plus, la transformation est monobare (dans l'atmosphère à pression constante), donc le premier principe version enthalpique donne :

$$dH = -h4\pi R^2 \left(T(t) - T_e\right) dt$$

En égalant les deux expressions, il vient :

$$\boxed{\frac{dT}{dt} + \frac{T}{\tau} = \frac{T_e}{\tau}} \quad \text{avec :} \quad \boxed{\tau = \frac{\rho c_\ell R}{3h}}$$

2) La solution de cette équation différentielle est :

$$T(t) = T_e + (T_i - T_e)\; e^{-t/\tau}$$

On isole le temps t_0 :

$$\boxed{t_0 = \tau \, \ln\!\left(\frac{T_e - T_i}{T_e - T(t_0)}\right) = 4{,}0 \text{ s}}$$

3) On suppose la transformation adiabatique car brutale (les échanges de chaleur n'ont pas le temps de ce faire). La goutte subit les transformations suivantes :

[1] l'eau liquide passe de -5 °C à 0 °C (on note dans la suite $\Delta T = 5$ °C la variation de température) ;

[2] une masse $(1-x)\, m$ se solidifie (avec m la masse totale de la goutte).

Le premier principe donne :

$$\Delta H = 0 = \Delta H_1 + \Delta H_2$$

Avec :

$$\Delta H_1 = c_\ell m \Delta T \quad \text{et} \quad \Delta H_2 = -\,(1-x)\, m \ell_{\text{fus}}$$

Ainsi,

$$\boxed{x = 1 - \frac{c_\ell \Delta T}{\ell_{\text{fus}}} = 94~\%}$$

4) On applique le premier principe enthalpique entre l'état précédent et l'état où toute la goutte s'est solidifiée. Il reste donc une masse xm à solidifier.

$$\Delta H = -xm\ell_{\text{fus}} = -hS\left(T_{\text{fus}} - T_e\right)\; \Delta t \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta t = \frac{x\rho R \ell_{\text{fus}}}{3h\left(T_{\text{fus}} - T_e\right)} = 21 \text{ s}}$$

Pour s'entraîner au DS

Ex. n°13 • Bouteille thermos ★★☆ 1765

1) Le premier principe (version enthalpique) sur le système {calorimètre + tout ce qu'il contient} donne (en négligeant la capacité thermique du calorimètre) :

$$\Delta H_{\text{syst}} = 0 = mc_{\text{eau}}\left(T_{eq,0} - T_1\right) + mc_{\text{eau}}\left(T_{eq,0} - T_2\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{T_{eq,0} = \frac{T_1 + T_2}{2} = 50 \text{ °C}}$$

Puisque $T_{eq,0} \neq 49$ °C, la capacité thermique du calorimètre n'est pas négligeable.

2) On reprend le premier principe en ajoutant la capacité thermique du calorimètre.

$$\Delta H_{\text{syst}} = 0 = mc_{\text{eau}}\left(T_{eq} - T_1\right) + mc_{\text{eau}}\left(T_{eq} - T_2\right) + C_t\left(T_{eq} - T_1\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{C_t = -\frac{mc_{\text{eau}}\left(2T_{eq} - T_1 - T_2\right)}{T_{eq} - T_1} = 167 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}}$$

3) Calculons la valeur en eau du calorimètre.

$$\boxed{m_c = \frac{C_t}{c_{\text{eau}}} = 40 \text{ g}}$$

On trouve bien la valeur indiquée.

4) Lorsque $T(t) > T_{ext}$, on a $\mathcal{P}_{th} > 0$. Donc la puissance thermique perdue par la bouteille est positive, ce qui est cohérent car la bouteille va perdre de la chaleur.

5) Appliquons le premier principe (version infinitésimale). On rappelle que les travaux/-puissances sont ceux algébriquement reçus par le système. Or, ici on donne une puissance perdue, il s'agit donc de l'opposé d'une puissance reçue.

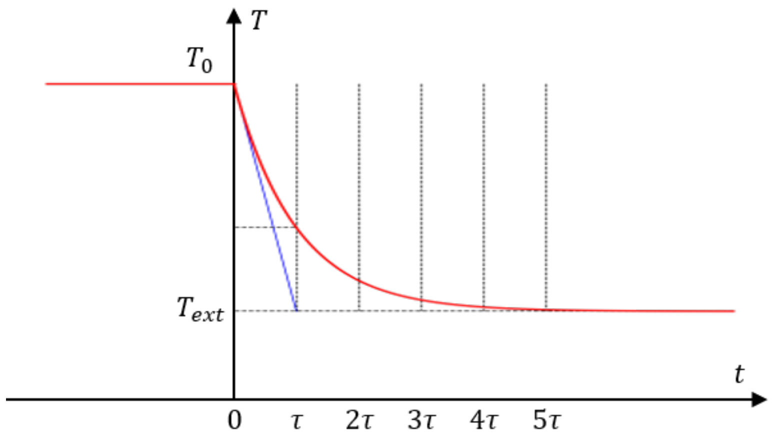
$$dH_{\text{syst}} = -\mathcal{P}_{th} dt = C dT \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{dT}{dt} + \frac{kS}{C}\, T = \frac{kS}{C}\, T_{ext}}$$

On note $\tau = \dfrac{C}{kS}$ le temps caractéristique de variation de la température.

6) Solution :

$$T(t) = (T_0 - T_{ext})\, e^{-t/\tau} + T_{ext}$$

Graphe :



7) On a :

$$\Delta T = T(t = \Delta t) - T(t = 0) = (T_0 - T_{ext})\left(e^{-\Delta t/\tau} - 1\right)$$

$$\Rightarrow\ e^{-\Delta t/\tau} = 1 + \frac{\Delta T}{T_0 - T_{ext}}$$

$$\Rightarrow\ \tau = -\frac{\Delta t}{\ln\left(1 + \dfrac{\Delta T}{T_0 - T_{ext}}\right)} = 395\ \text{min}$$

C'est un bon thermos !